

經濟部辦理台電公司及中油公司九十三年新進職員甄試試題

類 別：油層

(全一張共三頁)

科 目：工程數學

考試時間：八十分鐘

注意事項：

本試題分簡答、計算二大題類，簡答題佔 50%，計算題佔 50%，須用藍、黑色鋼筆或原子筆在答案卷指定範圍內作答，於本試題或其他紙張作答者不予計分。

壹、簡答題：共 15 題，1~10 題 每題 3 分，11~15 題 每題 4 分，共 50 分。

指出下列各微分方程式的階數、次數及是否為線性：

1. $y' + 2y^3 + 3 \cos x = x^6$

2. $5y'' + 6e^x \sin x + y + 7x = 0$

3. $(y')^2 + 5xy^4 + 30x^5 = 0$

4. $(1 + x^3)(5dy + 8dx) = 10xydx$

5. $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + 8x^5 + \sin y = u^2$

6. $(x + y)^2 y' = 1$

7. $xy' + (y'')^2 = xy^2$

8. $[1 + (y')^2]^{\frac{1}{2}} = 3y''$

9. $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}\right)^2 = 0$

10. $y'(x) = |y(x)|$

請將下列各微分方程組以向量方程式(Vector Equation) $X' = AX + B$ 的型式表示，並寫出 A ， B 矩陣，若無 B 矩陣，則省略 B 項，其中 X 為 n -dimensional column vector， A 為 $n \times n$ matrix， B 為 column vector。

$$11. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + 3y \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - y + z + t \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y - z + 1 \\ \frac{dz}{dt} = 2x - y + z + e^t \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y + e^t \\ \frac{dy}{dt} = x + y + t \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = tx + y + \sin t \\ \frac{dy}{dt} = t^2x + ty + 1 \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -2x + 3y \end{cases}$$

貳、計算題：共 4 題，每題配分列於題後，共 50 分。

1. 將下列函數對 t 進行微分

(a) $f(x,y,z,t)$ (2 分)

(b) $f(x(t),y(t),z(t),t)$ (2 分)

(c) $f(x(s(t)),y,z(t),t^2)$ (2 分)

(d) 設 $f(x,y,z)=x^2+xz+2y^2$

若 $x(t)=t$ ， $y(t)=t^2$ ， $z(t)=t^3$ ，則 $\frac{df}{dt}=?$ (4 分)

2. 解下列微分方程式初始值(initial value)問題。(10 分)

$$y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

提示： $L\left\{\frac{d^2y}{dt^2}\right\} = s^2L\{y(t)\} - sy(0) - y'(0)$

3. 利用 A 之特性方程式(characteristic equation of A)

求下列矩陣方程式之一般解(general Solution)，(15 分)

$$X' = AX, \quad A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -4 & 4 \end{pmatrix}$$

4. 有一蛋糕剛從烤箱中拿出來時的溫度是 300°F ，三分鐘後溫度變成 200°F ，當時的室溫是 70°F ，請問需要多久(從烤箱中拿出來時開始算起)，蛋糕的溫度會降到 70.5°F ? (15 分)

提示：1. 牛頓冷却定律為 $k(T-70)$

2. 導出通式 $T(t)=A+ce^{kt}$ 即可，解 A,c,k 值後代回通式。